МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Брянский государственный технический университет

Утверждаю
Ректор университета

___________________О.Н. Федонин

«____»____________2014 г.

ИНФОРМАТИКА

ОСНОВНЫЕ ОПЕРАЦИИ С МАТРИЦАМИ В SMATH STUDIO

Методические указания
к выполнению лабораторной работы №2
для студентов очной формы обучения
по всем направлениям подготовки

Брянск 2014

УДК 004.9

Информатика. Основные операции с матрицами в SMath Studio [Текст]+[Электронный ресурс]: методические указания к выполнению лабораторной работы №2 для студентов очной формы обучения по всем направлениям подготовки. – Брянск: БГТУ, 2014. – 8 с.

Разработал
Н.В. Лагерева,
асс.

Рекомендовано кафедрой «Информатика и программное обеспечение» БГТУ (протокол №1 от 13.09.13)

Научный редактор А.Г. Подвесовский
Редактор издательства Л.Н. Мажугина
Компьютерный набор Н.В. Лагерева

Темплан 2014 г., п.368

Подписано в печать . . . Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная. Офсетная печать. Усл. печ.л. 0,46. Уч.-изд.л. 0,46. Тираж 1 экз. Заказ . Бесплатно.

Издательство Брянского государственного технического университета
241035, Брянск, бульвар 50-летия Октября, 7, БГТУ. 58-82-49.
Лаборатория оперативной полиграфии БГТУ, ул. Институтская, 16.

1. ЦЕЛИ РАБОТЫ

Цели лабораторной работы:

1) закрепить теоретические сведения об основных операциях с матрицами;
2) получить навыки работы с матрицами в среде SMath Studio.

Продолжительность лабораторной работы – 2 часа.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

2.1. Основные операции с матрицами

Матрицей размерности $m \times n$ называется прямоугольная таблица $m \times n$ чисел a_{ij} ($i=1,..,m; j=1,..,n$):

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix},$$

расположенных в m строках и n столбцах. Матрица называется квадратной, если $m=n$.

Единичная матрица – квадратная матрица, элементы главной диагонали которой равны единице поля, а остальные равны нулю.

Чтобы *умножить матрицу на число*, необходимо умножить на это число все элементы матрицы.

Суммой двух матриц одинаковой размерности называется матрица той же размерности, каждый элемент которой равен сумме соответствующих элементов слагаемых.

Произведение матриц определяется следующим образом. Пусть заданы две матрицы A и B, причем число столбцов первой из них равно числу строк второй. Если заданы матрицы A и B:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1k} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2k} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nk} \end{pmatrix},$$

то произведением матриц A и B называется матрица

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1k} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2k} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c_{m1} & c_{m2} & \cdots & c_{mk} \end{pmatrix},$$

элементы которой вычисляются по формуле

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj}, i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, k,$$

следовательно, каждый ij-элемент матрицы C является результатом умножения i-й строки матрицы A на j-й столбец матрицы B. Перемножаются попарно соответствующие коэффициенты и выполняется суммирование таких произведений. Произведение матриц A и B обозначается AB или $A \cdot B$, т.е. $C=AB$.

Определителем $|A|$ квадратной матрицы n-го порядка $A=(a_{ij})$, или определителем n-го порядка, называется число, равное алгебраической сумме $n!$ членов, каждый из которых является произведением n элементов матрицы, взятых по одному из каждой строки и каждого столбца, причем знак каждого члена определяется как $(-1)N$, где N — число инверсий в перестановке из номеров столбцов элементов матрицы в произведении, если при этом номера строк образуют возрастающую последовательность n чисел:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum (-1)^N a_{1j_1}\, a_{2j_2} \dots a_{nj_n}.$$

Основные свойства определителей:

- при перестановке местами двух параллельных строк или столбцов определителя его знак меняется на обратный;
- определитель, содержащий две одинаковых строки или столбца, равен нулю;
- если одну из строк определителя умножить на какое-либо число, то получится определитель, равный исходному определителю, умноженному на это число;
- при транспонировании матрицы её определитель не меняет своего значения;

- если в определителе вместо любой строки записать сумму этой строки и любой другой строки, умноженной на некоторое число, то полученный новый определитель будет равен исходному;
- если каждый элемент какой-либо строки или столбца определителя представляем в виде суммы двух слагаемых, то этот определитель может быть разложен на сумму двух соответствующих определителей;
- общий множитель элементов какой-либо строки или столбца определителя можно выносить за знак определителя.

Транспонированием матрицы называется замена строк матрицы на её столбцы с сохранением их номеров. Полученная матрица обозначается A^T.

Транспонированная матрица обладает следующими свойствами:

- дважды транспонированная матрица равна исходной матрице, т.е. $(A^T)^T=A$;
- при транспонировании квадратных матриц элементы, находящиеся на главной диагонали, не меняют своих позиций;
- симметрическая матрица не изменяется при транспонировании.

Квадратная матрица A^{-1} порядка n называется *обратной* к матрице A, если выполняется условие $A^{-1}A=AA^{-1}=E$, где E – единичная матрица n-го порядка.

Матрица называется *вырожденной*, если ее определитель равен нулю. Иначе матрица называется *невырожденной*.

Чтобы у матрицы A существовала обратная матрица, необходимо и достаточно, чтобы исходная матрица была невырожденной

3. ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

Вычислим значение матрицы D по формуле

$$D = A \cdot B^{-1} + C - 5, \text{ где}$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 5 & 2 \\ -1 & -9 & 2 & 5 \\ 7 & 2 & -5 & -1 \\ 2 & 5 & 7 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 5 \\ 6 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 8 & -7 \\ 3 & 4 & -1 & -4 \\ 2 & 6 & 10 & 1 \\ -1 & 4 & 8 & 2 \end{pmatrix}.$$

Пример расчета матрицы D средствами SMath Studio приведен на рис.1 (1 – расчет по формуле, 2 – разбиение выражения на действия).

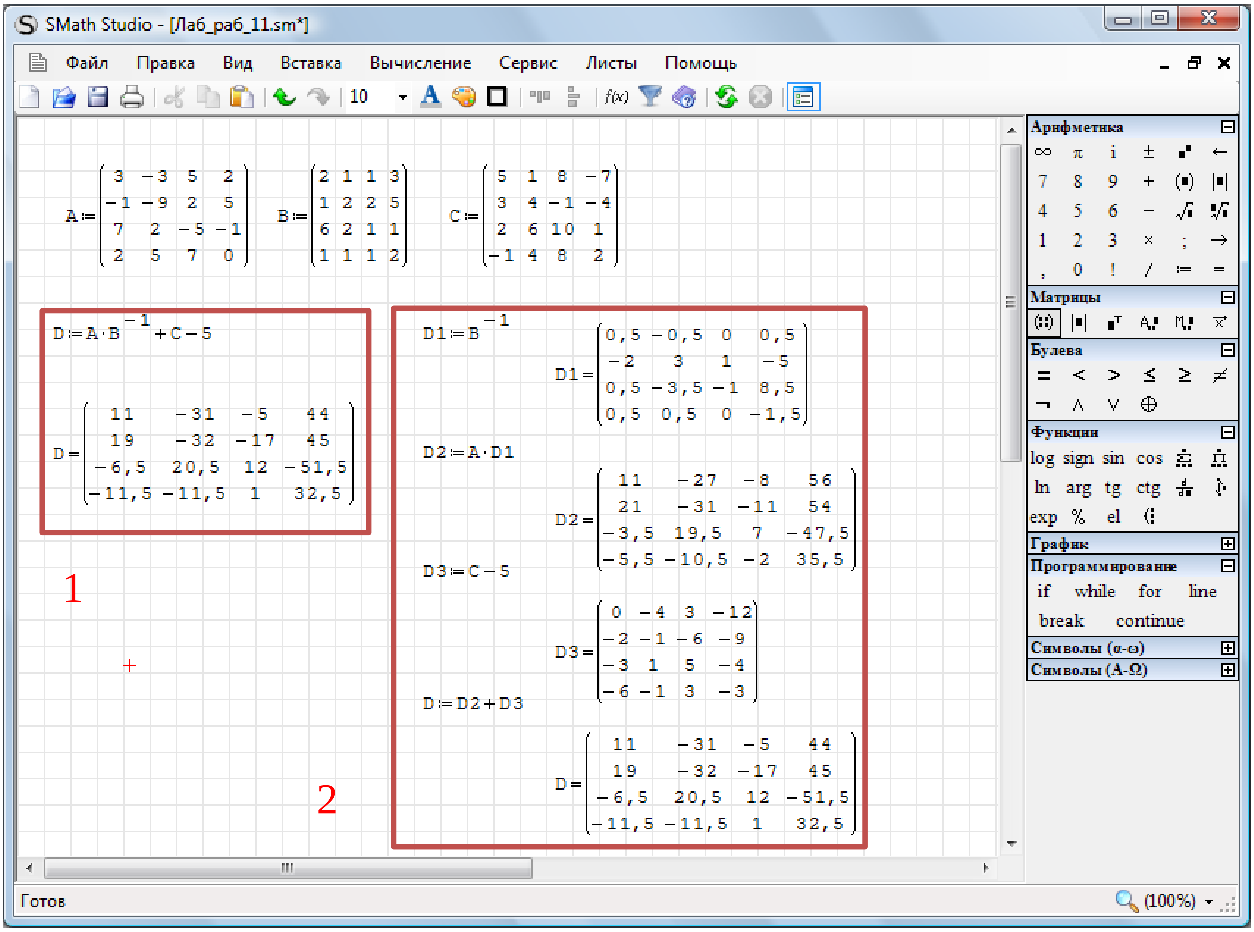

Рис.1. Вычисление матрицы D

Найдем определитель полученной матрицы и транспонируем ее (рис.2).

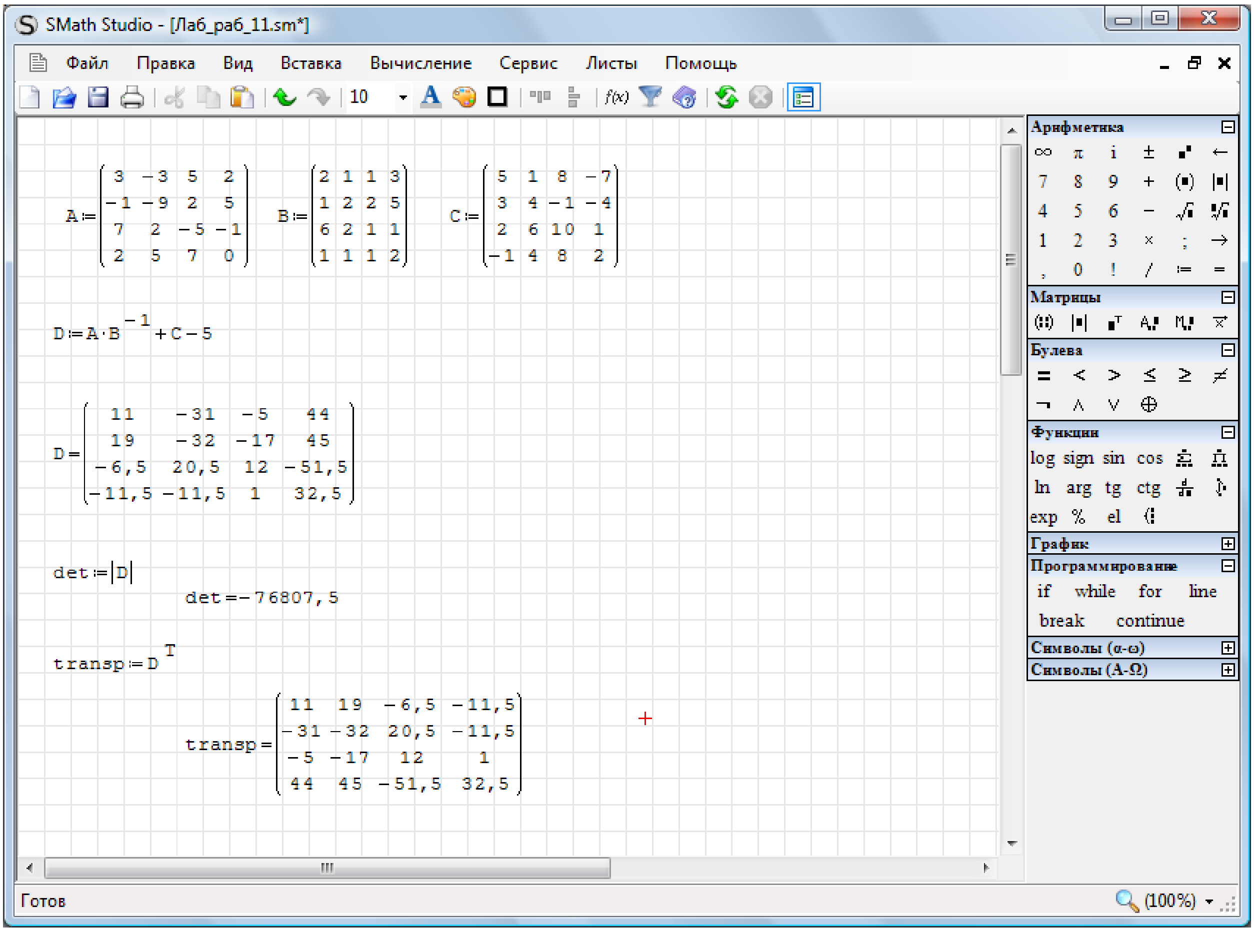

Рис.2. Вычисление определителя и транспонирование матрицы D

4. ЗАДАНИЯ К РАБОТЕ

1) Вычислить значение выражения, согласно своему варианту. Матрицы A и B должны состоять минимум из 3-х строк и минимум 3-х столбцов. Результат выполнения задания – «результирующая» матрица C. Возможно разбиение выражения на действия.

Вариант	Формула
1, 11, 21	$B \cdot (A + B) + A \cdot 6$
2, 12, 22	$A^{-1} \cdot B + 5$
3, 13, 23	$B^{-1} \cdot (A + B)$
4, 14, 24	$3 \cdot (B - A) \cdot B$
5, 15, 25	$A \cdot B + A^{-1} \cdot 3$
6, 16, 26	$A \cdot (A + B) - B * 4$
7, 17, 27	$(A - B) \cdot 4 \cdot B$
8, 18, 28	$A \cdot (B - A) \cdot 8$
9, 19, 29	$B^{-1} \cdot A - 7$
10, 20, 30	$(B + A) \cdot 6 \cdot A$

2) *Найти определитель полученной матрицы.*
3) *Транспонируйте полученную матрицу.*

5. ОФОРМЛЕНИЕ И ПОРЯДОК КОНТРОЛЯ РЕЗУЛЬТАТОВ

Результатом выполнения лабораторной работы является отчет в виде экранного документа.

Преподаватель проверяет правильность оформления отчета и полученных результатов. Он вправе задать вопросы по теоретической части лабораторной работы, среде SMath Studio и полученным результатам.

Основная литература

1. Виноградов, Ю.Н. Математика и информатика: учебник для среднего профессионального образования / Ю.Н. Виноградов, А.И. Гомола, В.И. Потапов, Е.В. Соколова.-4-е изд., стер.-М.: АКАДЕМИЯ, 2011.-271 с.
2. Поляков, В.П. Информатика для экономистов: учебник для бакалавров / В.П. Поляков, Н.Н. Голубева, В.И. Завгородский, А.И. Кижнер; под ред. В.П. Полякова.-М.: ЮРАЙТ, 2013.-524 с.
3. Поляков, В.П. Информатика для экономистов: практикум: учебное пособие для бакалавров / В.П. Поляков, В.П. Косарев, И.Ю. Прохина, В.И. Завгородский; под ред. В.П. Полякова, В.П. Косарева.-М.: ЮРАЙТ, 2013.-341 с.

Дополнительная литература

1. Кирьянов, Д.В. MATHCAD 15 / MATHCAD PRIME 1.0.-СПБ.: БХВ-ПЕТЕРБУРГ, 2012.-432 с.
2. Официальный сайт разработчика среды SMath Studio. – Режим доступа: http://ru.smath.info/forum/
3. Руководство по SMath Studio. – Режим доступа: https://sites.google.com/site/mikkhalichlab/rukovodstvo